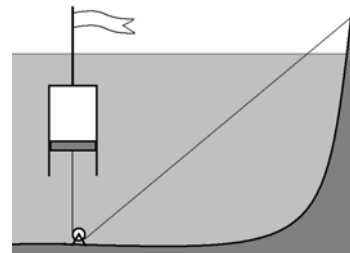


Problema I

Geamandura (10 puncte)

O geamandură este un cilindru, având volumul $V = 0,4 \text{ m}^3$, închis cu un piston cu grosimea neglijabilă și cu suprafața $S = 0,40 \text{ m}^2$. Masa pistonului este $m = 10 \text{ kg}$.

Printr-un cablu inextensibil, perfect deformabil, trecut peste un scripete fix și legat de mal, pistonul este menținut tot timpul la aceeași distanță față de fundul mării. De cilindru este prins un steag care are lungimea lăncii $\ell = 2,0 \text{ m}$ (vezi figura alăturată). Atunci când geamandura plutește, astfel încât lancea steagului este cufundată până la jumătate din înălțimea sa în apă, pistonul intră în cilindru pe o distanță $D = 0,11 \text{ m}$ ($\cong 1/9$)m. Înaintea cufundării în mare, aerul din geamandură se afla la presiunea atmosferică $p_0 = 10^5 \text{ N/m}^2$. Temperatura comună a apei și a aerului rămâne constantă. Consideră că presiunea atmosferică p_0 nu se modifică, că volumul lăncii steagului este neglijabil, că densitatea apei de mare este $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ și că accelerația gravitațională are valoarea $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.



Determină:

- masa cilindrului geamandurii cu steag;
- cu cât a coborât marea în timpul refluxului, față de situația descrisă anterior, atunci când lancea steagului iese din apă pe trei sferturi din înălțimea sa;
- valoarea tensiunii mecanice maxime suportată de cablul de care este legat pistonul, dacă acesta se rupe atunci când steagul este cufundat în apă până la vârful lăncii.

Problema a II-a

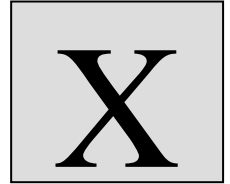
Ușa frigiderului (10 puncte)

Spațiul util din interiorul unui frigider poate fi asimilat unui cub cu latura $\ell = 1 \text{ m}$. Se deschide ușa frigiderului aflat într-o cameră în care se găsește aer uscat – complet lipsit de vapori de apă – care are temperatura $t_{\text{cameră}} = 40^\circ \text{C}$ și presiunea $p_{\text{atmosferică}} = 10^5 \text{ N/m}^2$. După închiderea ușii frigiderului, temperatura din interiorul acestuia scade până la atingerea temperaturii de funcționare $t_{\text{frigider}} = -10^\circ \text{C}$.

- Determină presiunea la care ajunge aerul din frigider după închiderea ușii și atingerea temperaturii de funcționare, dacă frigiderul este perfect etanș.
- Presupune că ușa frigiderului se poate asimila cu o față a cubului cu latura $\ell = 1 \text{ m}$ care se rotește fără eforturi. Estimează valoarea minimă a forței cu care trebuie trasă ușa, de un mâner aflat la jumătatea muchiei opuse celei cu balamale, pentru a se deschide, după ce aerul cald ce a pătruns în frigider este adus la $t_{\text{frigider}} = -10^\circ \text{C}$ și dacă frigiderul este perfect etanș.
- Presupune că ai deschis ușa frigiderului și că apoi ai închis-o, dar în urma acestei operații, garnitura ușii nu a mai închis etanș compartimentul din interiorul frigiderului. În această situație, după $\tau = 15 \text{ minute}$ de la închiderea ușii frigiderului, presiunea în interiorul și în exteriorul frigiderului este cea atmosferică, iar temperatura din interiorul frigiderului este aceea de funcționare. Determină, pentru intervalul de timp τ , viteza medie de variație a masei de aer din frigider.

Cunoști valoarea constantei universale a gazelor $R = 8,3 \text{ kJ/(kmol} \cdot \text{K)}$ și masa molară a aerului $\mu_{\text{aer}} = 29 \text{ kg/kmol}$.

- Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
- În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
- Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
- Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
- Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



Problema a III-a

Frânghia care cade (10 puncte)

O frânghie foarte flexibilă și inextensibilă de lungime 2ℓ și de masă $2m$, are un capăt O fixat într-un suport. Celălalt capăt A al frânghiei este ținut la același nivel cu capătul O (vezi Figura 1). Se lasă liber capătul A al frânghiei. Neglijază orice interacțiune a frânghiei cu mediul, cu excepția gravitației caracterizate prin accelerația gravitațională \vec{g} și consideră că masa frânghiei este distribuită uniform de-a lungul acesteia.

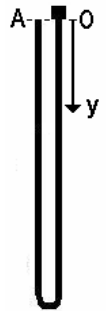


Figura 1

a. Determină dependența de timp a coordonatei capătului liber al frânghiei, în raport cu axa Oy indicată în figura 1, pentru intervalul de timp în care acest capăt se mișcă. Exprimă rezultatul în funcție de accelerația gravitațională g , de lungimea ℓ și de timpul t , măsurat din momentul în care capătul liber al frânghiei începe să cadă.

Sugestie: În situația în care consideri necesar, poți să-ți imaginezi că divizezi porțiunea din frânghia care cade, în două bucăți având masele m_1 și respectiv m_2 și că cele două bucăți sunt legate printr-un fir ideal (vezi Figura 2).

b. Determină dependența de timp a coordonatei punctului de curbură al frânghiei, în raport cu axa Oy indicată în figura 1, pentru intervalul de timp în care punctul de curbură se mișcă. Exprimă rezultatul în funcție de accelerația gravitațională g , de lungimea ℓ și de timpul t , măsurat din momentul în care capătul liber al frânghiei începe să cadă.

c. Reprezintă grafic, pe aceeași diagramă, dependența de timp a coordonatei capătului liber al frânghiei, dedusă la punctul a, și dependența de timp a coordonatei punctului de curbură al frânghiei, dedusă la punctul b.

d. Dedu dependența de timp a energiei cinetice a frânghiei, în intervalul de timp cât aceasta se mișcă. Exprimă rezultatul în funcție de accelerația gravitațională g , de lungimea ℓ , de masa m și de timpul t , măsurat din momentul în care capătul liber al frânghiei începe să cadă.

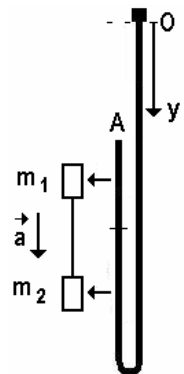


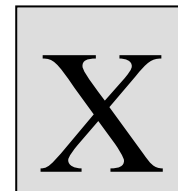
Figura 2

Subiect propus de:

Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar – Ministerul Educației
Cercetării și Tineretului

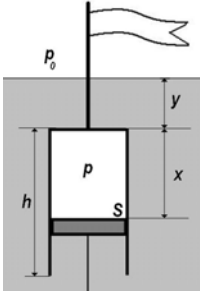
Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2 respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

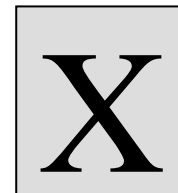


Grila de notare

Orice altă rezolvare care conduce la rezultate corecte se va puncta corespunzător

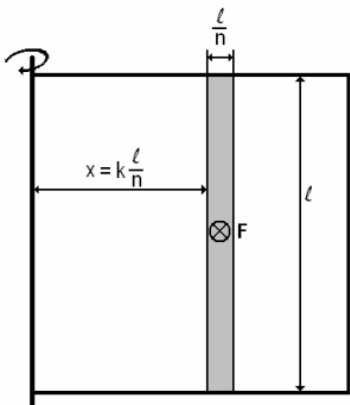
Nr. item	Problema I Geamandura	Punctaj
a.	<p>Pentru:</p> <p>y - distanța dintre capătul superior al geamandurii și suprafața apei $h = 1m$ - lungimea cilindrului; x - lungimea „camerei de aer” a geamandurii; p - presiunea a aerului din cilindrul aflat la o adâncime oarecare în apă</p>  <p>condiția de echilibru a cilindrului $(p_0 + \rho \cdot g \cdot y) \cdot S + M \cdot g - p \cdot S = 0$ 0,50p</p> <p>legea transformării izoterme aplicată aerului din cilindru $p_0 \cdot V = p \cdot S \cdot x$ 0,50p</p> <p>$p = p_0 \cdot \frac{h}{x}$ 0,25p</p> <p>$\begin{cases} (p_0 + \rho \cdot g \cdot y) \cdot S + M \cdot g - p \cdot S = 0 \\ p_0 \cdot V = p \cdot S \cdot x \end{cases}$ 0,50p</p> <p>$M = \frac{p_0 \cdot S}{g} \left[\left(\frac{h}{x} - 1 \right) - \frac{\rho \cdot g \cdot y}{p_0} \right]$ 0,50p</p> <p>$\begin{cases} x = h - D =; x = \frac{8}{9} m \\ y = \frac{\ell}{2} ; y = 1m \end{cases}$ 0,25p</p> <p>Rezultat final: $M = 100kg$ 0,50p</p>	3p
b.	<p>Pentru:</p> <p>H - adâncimea apei în situația descrisă la punctul a x' - lungimea „camerei de aer” a geamandurii, în condițiile precizate la punctul b $y' = \ell/4$ - distanța de la capătul superior al cilindrului la suprafața apei p' - noua presiune a aerului din cilindru</p> <p>$\begin{cases} (p_0 + \rho \cdot g \cdot y') \cdot S + M \cdot g - p' \cdot S = 0 \\ p_0 \cdot V = p' \cdot S \cdot x' \end{cases}$ 0,50p</p>	3p

	$\begin{cases} (p_0 + \rho \cdot g \cdot y') \cdot S + M \cdot g = \frac{p_0 \cdot V}{x'} \\ (p_0 + \rho \cdot g \cdot y) \cdot S + M \cdot g = \frac{p_0 \cdot V}{x} \end{cases}$	0,50p
	$\begin{cases} \rho \cdot g \cdot S(y - y') = p_0 \cdot V \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} \right) \\ \text{sau} \\ \frac{1}{x'} = \frac{1}{x} - \frac{\rho \cdot g \cdot S}{p_0 \cdot V} (y - y') = \frac{1}{x} - \frac{\rho \cdot g \cdot S \cdot \ell}{4p_0 \cdot V} \end{cases}$	0,50p
	$x' = \frac{40}{43} m \cong 0,93 m$	0,25p
	adâncimea apei corespunzătoare situației precizate la punctul a $H = d + x + y$	0,25p
	adâncimea apei corespunzătoare situației precizate la punctul b $H' = d + x' + y'$	0,25p
	$\Delta H = H - H' = (d + x + y) - (d + x' + y') = x + y - x' - y'$	0,25p
	Rezultat final: $\Delta H = \frac{355}{774} \cong 0,45 m$	0,50p
c.	Pentru: y'' - distanța dintre capătul de sus al cilindrului și suprafața apei x'' - lungimea coloanei de aer din cilindru condiția de echilibru a pistonului $p'' \cdot S + mg + T - (p_0 + (x'' + y'') \cdot \rho \cdot g) \cdot S = 0$ $\begin{cases} T = (p_0 + (x'' + y'') \cdot \rho \cdot g) \cdot S - p'' \cdot S - m \cdot g \\ \text{sau} \\ T = (p_0 + (x'' + y'') \cdot \rho \cdot g) \cdot S - \frac{p_0 \cdot V}{x''} - m \cdot g \end{cases}$ condiția de echilibru a cilindrului $(p_0 + \rho \cdot g \cdot y'') \cdot S = \frac{p_0 \cdot V}{x''} - M \cdot g$ $x'' = \frac{1}{\left(1 + \frac{\rho \cdot g \cdot \ell}{p_0}\right) \cdot \frac{1}{h} + \frac{M \cdot g}{p_0 \cdot V}}, \text{ pentru } y'' = \ell$ $x'' = \frac{40}{49} m \cong 0,81 m$ $T = x'' \cdot \rho \cdot g \cdot S - (m + M) \cdot g$ Rezultat final: $T \cong 2100 N$	3p 0,75p 0,25p 0,50p 0,25p 0,25p 0,50p 0,50p
Oficiu		1p
TOTAL Problema I		10p

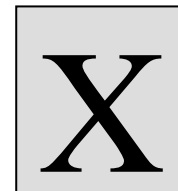


Grila de notare

Orice altă rezolvare care conduce la rezultate corecte se va puncta corespunzător

Nr. item	Problema a II-a Ușa frigiderului	Punctaj
a.	<p>Pentru:</p> <p>presiunea $p_{\text{aer rece}}$ a aerului, răcit izocor în frigider, până la temperatura t_{frigider}</p> $p_{\text{aer rece}} = p_{\text{atmosferica}} \cdot \frac{T_{\text{frigider}}}{T_{\text{camera}}}$ <p>Rezultat final: $p_{\text{aer rece}} \cong 8,4 \cdot 10^4 \text{ N/m}^2$</p>	<p>2p</p> <p>1,50p</p> <p>0,50p</p>
b.	<p>Pentru:</p> <p>forța $F_{\text{elementara}}$, perpendiculară pe ușă și îndreptată spre interiorul frigiderului, exercitată pe cea de a k porțiune îngustă din ușă, cu lățimea ℓ/n</p>  $F_{\text{elementara}} = \frac{\ell^2}{n} \cdot (p_{\text{atmosferica}} - p_{\text{aer rece}})$ <p>momentul elementar, determinat de apariția forței $F_{\text{elementara}}$</p> $M_{\text{elementar}} = F_{\text{elementara}} \cdot \frac{\ell \cdot k}{n} = \frac{\ell^3 \cdot k}{n^2} \cdot (p_{\text{atmosferica}} - p_{\text{aer rece}})$ <p>momentul total M determinat de acțiunea forțelor de presiune asupra ușii</p> $M = \frac{\ell^3}{n^2} \cdot (p_{\text{atmosferica}} - p_{\text{aer rece}}) \cdot \sum_{k=1}^n k$ <p>momentul total M, pentru n foarte mare $M = \frac{\ell^3}{2} \cdot (p_{\text{atmosferica}} - p_{\text{aer rece}})$</p> <p>forța minimă f_{min} care trebuie aplicată mânerului pentru deschiderea ușii</p> $f_{\text{min}} = \frac{M}{\ell} = \frac{\ell^2}{2} \cdot (p_{\text{atmosferica}} - p_{\text{aer rece}})$ <p>Rezultat final: $f_{\text{min}} \cong 8 \cdot 10^3 \text{ N}$</p>	<p>4,5p</p> <p>1,00p</p> <p>1,00p</p> <p>0,50p</p> <p>1,00p</p> <p>0,50p</p> <p>0,50p</p>

c.	<p>Pentru:</p> <p>ecuația termică de stare, corespunzătoare masei de aer aflată în frigider, imediat după deschiderea ușii $p_{atmosferica} \cdot l^3 = \frac{m_{initial}}{\mu_{apa}} \cdot R \cdot T_{camera}$ 0,50p</p> <p>ecuația termică de stare, corespunzătoare masei de aer aflată în frigider, după închiderea ușii, după egalarea presiunii și după atingerea temperaturii de funcționare $p_{atmosferica} \cdot l^3 = \frac{m_{final}}{\mu_{apa}} \cdot R \cdot T_{frigider}$ 0,50p</p> <p>masa de aer Δm intrată în frigider în timpul τ $\Delta m = \frac{p_{atmosferica} \cdot l^3 \cdot \mu_{aer}}{R} \cdot \left(\frac{1}{T_{frigider}} - \frac{1}{T_{camera}} \right)$ 0,50p</p> <p>viteza medie de variație a masei de aer din frigider, în intervalul de timp τ $\frac{\Delta m}{\tau} = \frac{p_{atmosferica} \cdot l^3 \cdot \mu_{aer}}{R \cdot \tau} \cdot \left(\frac{1}{T_{frigider}} - \frac{1}{T_{camera}} \right)$ 0,50p</p> <p>Rezultat final: $\frac{\Delta m}{\tau} \cong 0,235 \text{ g / s}$ 0,50p</p>	2,5p
<i>Oficiu</i>		1p
TOTAL Problema a II -a		10p



Grila de notare

Orice altă rezolvare care conduce la rezultate corecte se va puncta corespunzător

Nr. item	Problema a III-a Frânghia care cade	Punctaj
a.	<p>Pentru:</p> $\begin{cases} m_1 g + T = m_1 a \\ m_2 g - T = m_2 a \end{cases}$ <p>$\begin{cases} a = g \\ T = 0 \end{cases}$</p> <p>$\begin{cases} a = g \\ y = \frac{g \cdot t^2}{2} \end{cases}$</p> <p>intervalul de timp t_m necesar pentru ca frânghia să se deruleze complet</p> $\begin{cases} y(t_m) = 2\ell \\ \frac{g \cdot t_m^2}{2} = 2\ell \end{cases}$ <p>$t_m = 2 \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$</p> <p>Rezultat final: $y_A(t) = \frac{g \cdot t^2}{2}$ pentru $t \leq 2 \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$</p>	<p>3p</p> <p>0,75p</p> <p>0,50p</p> <p>0,50p</p> <p>0,50p</p> <p>0,25p</p> <p>0,50p</p>
b.	<p>Pentru:</p> <p>legea de mișcare a punctului B de curbura a frânghiei</p> $\begin{cases} a = \frac{g}{2} \\ y_B(t) = \ell + \frac{g \cdot t^2}{4} \end{cases}$	<p>2p</p> <p>1,50p</p>

	Rezultat final: $y_B(t) = \ell + \frac{g \cdot t^2}{4}$ pentru $t \leq 2 \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$	0,50p	
c.	Pentru: reprezentări grafice corecte <div style="text-align: center;"> </div>	2,00p	2p
d.	Pentru: masa porțiunii AB a frânghiei care cade $m' = \frac{m}{\ell} \cdot \left(\ell - \frac{y}{2} \right)$, viteza porțiunii din frânghia în mișcare $v(y) = \sqrt{2gy}$ energia cinetică a porțiunii de frânghie în mișcare $E_{cin}(y) = \frac{m'v^2}{2} = \frac{m}{\ell} \cdot \left(\ell - \frac{y}{2} \right) \cdot g \cdot y$ Rezultat final: $E_{cin}(t) = \frac{m'v^2}{2} = mg \left(1 - \frac{1}{2\ell} \left(\frac{gt^2}{2} \right) \right) \frac{gt^2}{2}$ pentru $t \leq 2 \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$	0,50p 0,50p 0,50p 0,50p	2p
Oficiu			1p
TOTAL Problema a III - a			10p

Delia DAVIDESCU – Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar – Ministerul
 Educației Cercetării și Tineretului
 Conf. univ. dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică – Universitatea București